

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{8+x(1+\sqrt{x-2\sqrt{x}+1})}{(x-4)(x-2\sqrt{x}+4)} + \frac{x-3\sqrt{x}}{2(x-\sqrt{x}-6)}$
(với $x > 1, x \neq 4, x \neq 9$)

b) Tìm tất cả bộ ba số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $pq = r+1$ và $2(p^2 + q^2) = r^2 + 1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2-2m)x + m$ (m là tham số). Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m . Khi đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $M\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB, hai điểm K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tính độ dài đoạn thẳng KH.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $(x-1)\sqrt{7-2x} = x^2 - 3x + 2$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - xy - 2 = 0 \\ x^2 - y^2 + 2x^2y + 2xy^2 + 1 = 0 \end{cases}$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD tâm O, điểm E nằm trên đoạn thẳng OB (E khác O, B), H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AE. Gọi F là giao điểm của AC và DH.

a) Chứng minh HD là tia phân giác của góc AHC.

b) Chứng minh diện tích hình vuông ABCD bằng hai lần diện tích tứ giác AEFD.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$). Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F, E. Gọi H là giao điểm của BE và CF, đường thẳng AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh tứ giác ODFE nội tiếp đường tròn.

b) Gọi K là giao điểm của AH và EF, I là trung điểm của AH. Đường thẳng CI cắt đường tròn (O) tại điểm M (M khác C). Chứng minh CI vuông góc với KM.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H = \frac{x^2}{9z + zx^2} + \frac{y^2}{9x + xy^2} + \frac{z^2}{9y + yz^2}$.

HẾT